

AS 規模定量化による AS 間接続関係の推定

浅井 大史 江崎 浩

インターネットにおける自律システム (AS: Autonomous System) 間の接続関係は、相互接続における経済関係および経路交換ポリシーから大きくトランジットおよびピアリングの 2 つに分類される。本論文では AS の全域部分グラフ (一部の AS 間リンクを含まない部分グラフ) から AS 規模を定量化し、この AS 規模に基づいた AS 間接続関係の推定手法を提案する。本論文の貢献は次の 2 点である。1) 従来の推定手法と比較して、少数のトポロジー計測点での AS 間接続関係、特にピアリングの推定精度を向上した。2) 本手法では AS の全域部分グラフから定量化した AS 規模を用いることで、従来の経路解析に基づく手法では推定できなかった推定に用いた経路情報に含まれない AS 間リンクに対しても AS 間接続関係を推定可能にした。

The relationships between interconnected autonomous systems (ASes) on the Internet are categorized into two major types: transit and peering. We propose a method to estimate AS relationships by comparing differences in AS network size called magnitude that is quantified by recursively analyzing an AS adjacency matrix converted from a spanning subgraph of AS-level Internet topology. The contributions of this paper are two-folds: 1) The proposed method outperforms the existing methods in the inference of AS relationships, especially peering links, with a smaller dataset. 2) The proposed method enables us to estimate AS relationships of invisible links from a set of quantified AS magnitude when they become visible because the magnitude of every AS is already quantified from a spanning subgraph.

1 はじめに

インターネットは、IP ネットワークにおけるネットワークドメインの単位である自律システム (AS: Autonomous System) [13] が相互に接続することにより構成されている。相互に接続された AS 間の接続関係は、経済関係および経路交換ポリシーから大きく、1) トランジット (小規模な AS が大規模な AS からインターネットへの接続性を購入する接続関係)、2) ピアリング (無償での相互接続関係) の 2 種類に分類される [9] [21] [25]。これらの AS 間接続関係の情報はトラフィックエンジニアリング [2] [12] や経路ハイジャック

の検出 [32] に応用されている。しかし、AS 間接続関係はネットワークプロバイダ間の契約関係であるため、多くの商用 ISP にとってその情報は機密情報とされ、一般には公開されていない [21]。そのため、計測可能な経路情報や Internet Routing Registry (IRR) [18] などの公開データベースから AS 間接続関係を推定する手法が研究されてきた [3] [5] [6] [7] [9]。しかし、これらの手法においてピアリングの推定精度が低いことが指摘されている [31]。また、インターネット上の 99.9% の AS 間リンクを計測するには 700 地点もの計測点が必要であると推定されている [24]。一方で、経路情報を公開している計測点は多くない^{†1}ため、従来の経路解析に基づく手法では AS 間接続関係を推定できない AS 間リンクが多く存在し、これらの手法により推定した AS 間接続関係をオーバーレイネットワー

Estimating AS Relationships from Quantified AS Magnitude.

Hirochika Asai, Hiroshi Esaki, 東京大学大学院情報理工学系研究科, Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo.

コンピュータソフトウェア, Vol.29, No.2 (2012), pp.95-108. [研究論文] 2011 年 6 月 27 日受付.

^{†1} Muhlbauer ら [19] が用いたデータのうち、2011 年 6 月時点で公開されているものは RouteViews [27] (8 地点) および RIPE NCC [23] (17 地点) のみである。

クにおける経路制御などに応用することが困難である [1][2] . そのため, 少数の計測点で取得した経路情報を元に, 計測した経路情報含まれない AS 間リンクに対しても AS 間接続関係を高精度に推定する手法が必要とされている .

本論文では, 従来の手法で用いられてきた経路情報ではなく, AS の隣接情報を表す全域部分グラフ (一部の AS 間リンクを含まない部分グラフ) から AS 規模を定量化し, この AS 規模に基づいた AS 間接続関係の推定手法を提案する . 本論文では, 提案手法により従来手法と比較して, 少数の計測点で取得した経路情報を推定に用いたときに AS 間接続関係, 特にピアリングをより高精度に推定できることを示す . また, 従来手法では推定に用いる経路情報に含まれない AS 間リンクに対しては AS 間接続関係を推定できなかったが, 本手法では定量化した AS 規模を用いることで, AS 規模の定量化に用いた全域部分グラフに含まれなかった AS 間リンクに対しても AS 間接続関係が推定可能となることを示す .

2 関連研究

AS 間接続関係の推定問題は Gao [9] により提唱され, 様々な研究が行われてきた . Gao は, 次数 (隣接 AS 数) の大きい AS をトランジットにおけるプロバイダ AS とする仮定およびトランジットとピアリングにおける経路交換ポリシーを表す Valley-free 規則 [8] に従い, Border Gateway Protocol (BGP) [22] のルーティングテーブルから取得した AS パスを解析することで AS 間接続関係を推定する手法を提案した . Subramanian ら [26] は, 複数の計測点のルーティングテーブルから取得した AS パスから AS 間接続関係を推測する問題を Valley-free 規則に従った AS パス数を最大とする最適化問題として定式化した . Battista ら [3][5] は, 全てのリンクをトランジットと仮定することでこの最適化問題を MAX2SAT (maximum-2-satisfiability) 問題に帰着させ, トランジットの向き (プロバイダ・カスタマの関係) を解く手法を提案した . また, これを拡張し Valley-free 規則に従わない AS パス数を増やさないようにピアリングを推定する手法を提案した . Dimitropoulos ら [6][7] は, Battista

らの手法を発展させ, 各 AS 間リンクに対して両端の AS の次数による重み付けを行い, AS 間接続関係を推測する問題を重み付き MAX2SAT 問題として帰着させ, トランジットの向きの推定精度を向上した . また, 文献 [6] では次数による重み付けに従い, Gao の手法と同様のヒューリスティクスを導入することでピアリングを推定する手法を提案した . さらに, IRR に登録されている組織名を元に同一組織に属する AS 間の接続関係であるシプリング^{†2}の推定手法を提案した . しかし, これらの研究では, AS パスを Valley-free 規則に基づいて解析することで AS 間接続関係を推定しているため, Valley-free 規則に従わない経路制御による推定結果への影響が大きく, また高い推定精度を得るためには十分な計測点 (AS パス数) が必要であるという問題がある . さらに, AS パスから AS 間接続関係を推定するため, 例えば, 別の計測により発見された AS 間リンクなど, 計測した経路情報に含まれない AS 間リンクについては AS 間接続関係を推定できない .

Xia ら [31] は, Valley-free 規則に基づく推定手法におけるピアリング推定精度が低いことを指摘し, ピアリングを高精度に推定するために, BGP のパス属性の 1 つである Community 属性や IRR に登録されている AS-SET 属性およびルーティングポリシーを用いて推定した一部の AS 間接続関係から全体の AS 間接続関係を高精度に推定する手法を提案した . このように AS グラフや AS パス以外のメタデータはシプリングの推定にも用いられている [6][7] が, これらのメタデータを公開していないネットワークプロバイダも多いため, 一部の AS 間リンクにしか適応できない .

我々は予備実験 [1] により提案手法が AS 間接続関係を推定できる可能性を示したが, この予備実験では CAIDA による AS 間接続関係の推定データ [4]^{†3}を正解データセットとして用いたため, 提案手法と従来

^{†2} 同一組織に属するため, シプリングにおける経路交換ポリシーは柔軟であり, また, シプリングリンクの数は非常に少ない [4] ので, 本論文ではシプリングについては明示しない限り考慮しない .

^{†3} CAIDA による推定アルゴリズムは 2010 年 7 月に大幅に変更されているが本論文では文献 [6][7] に基づく変更前のアルゴリズムを対象とする .

手法の性能を適切に比較評価できていなかった。また、評価に用いたデータセット数が少なかったため、提案手法の性能を十分に検証できていなかった。

3 隣接情報を用いた AS 間接続関係の推定

AS 間接続関係は相互接続する AS で交換されるトラフィック量の非対称性により決定されることが一般的であるため、AS 間の規模の比と AS 間接続関係には相関関係がある [9][14][21]。本論文では、この点に着目して、各 AS の扱うトラフィック量から AS 規模を定量化し、この AS 規模に基づき AS 間接続関係を推定する手法を提案する。

本提案手法では、まず RouteViews [27] や RIPE NCC [23] の公開している BGP の経路情報 (AS パス) などから AS の隣接情報を表す全域部分グラフ G_s を得る。ここで、BGP の経路情報は各 AS への到達性を表しているため、そこから展開したグラフは到達可能な全 AS を含む全域部分グラフとなる。デフォルト経路設定や通信障害によりごく少数の AS が含まれない可能性もあるが、デフォルト経路設定により計測されていない場合はマルチホームをしていないため経路制御などへの応用において AS 間接続関係を推定する必要はなく、また通信障害により観測されない AS は到達不可能として扱うことで無視できるため、本論文では考慮しない。全域部分グラフ G_s は AS の集合 V および AS 間リンクの集合 E から構成される。また、全域部分グラフ G_s は無向グラフとして表される。ここで、AS i の隣接 AS の集合を集合 N_i ($N_i \subsetneq V$) と表現する。次に、全域部分グラフ G_s から AS 間のトラフィック流量仮定に従い AS の規模 (magnitude) ρ_i ($i \in V$) を定量化する。上述した通り、AS 間接続関係は相互接続する 2 つの AS 間の規模の比と相関関係があるため、定量化した AS 規模の比から AS 間接続関係を推定する。

3.1 AS 規模の定量化

AS 間で交換されるトラフィック流量について次の 2 つの仮定を置き、AS 間のトラフィック流量をマルコフ連鎖として定義することで各 AS の扱うトラフィック量を計算し、これを正規化したものを AS 規模とし

て定義する。ここで、 t_{ij} を AS i から AS j へ流れるトラフィック量とする。

(仮定 a) AS i に流入するトラフィックの総量は、AS i から流出するトラフィックの総量に等しい (式 (1))。

$$\sum_{k \in N_i} t_{ki} := \sum_{k \in N_i} t_{ik} \quad (1)$$

(仮定 b) AS i から AS j へ流れるトラフィック量は、AS j の規模 ρ_j に比例する (式 (2))。

$$t_{ij} := \frac{\rho_j}{\sum_{k \in N_i} \rho_k} \sum_{k \in N_i} t_{ik} \quad (2)$$

(仮定 b) にこのトラフィック流量仮定から定義される AS 規模を含むことからわかるとおり、AS 規模は再帰的に定義される。 n 回の再帰計算により定義された AS 規模は、直感的には、 n ホップ先の AS の規模まで考慮した AS の規模であることを意味する。なお、このトラフィック流量仮定を採用した論拠は第 5 節で議論する。

このトラフィック流量仮定に従い、AS の隣接情報からトラフィック流量のマルコフ連鎖における定常状態を計算することで各 AS の規模を定量化する。まず、入力情報である AS の全域部分グラフ $G_s = (V, E)$ から AS の隣接行列 $A = (a_{ij}) (\in \mathbb{R}^{m \times m})$ を構成し、この隣接行列を元に各 AS の規模 ${}^n \rho = [{}^n \rho_1, \dots, {}^n \rho_m]$ ($s.t. \|{}^n \rho\| = 1$) を再帰的に定義する。ここで、 m は V の要素数、 ${}^n \bullet$ ($n \geq 0, n \in \mathbb{Z}$) は AS 規模の再帰計算の深さを表す。以下に AS 規模の計算手続きを示す。

1. 重み付き隣接行列 ${}^n W = (w_{ij})$ を

$${}^n W := \begin{cases} A & (n = 0) \\ I^{(n-1)} \rho A & (n \geq 1) \end{cases} \quad (3)$$

と定義する。ここで、 I は単位行列を表す。

2. 重み付き隣接行列 ${}^n W$ を用いて、確率行列 ${}^n T$ を式 (4) により定義する。

$${}^n T := \left(\frac{{}^n w_{ij}}{\sum_{k=1}^m {}^n w_{ik}} \right) \quad (4)$$

3. 確率行列 ${}^n T$ の最大固有値に対応する左固有ベクトルを求め、これを AS 規模 ${}^n \rho$ と定義する。 $n \geq 1$ についても ${}^{(n-1)} \rho$ から再帰的に定義できる。なお、ここで、 $n = 0$ のとき、AS 規模 ${}^n \rho_i (= {}^0 \rho_i)$ は

AS i の次数 (隣接 AS 数) の定数倍となる (証明は付録 A を参照) . 次数は従来手法 [6] [7] [9] で用いられているため, 本論文では $n \geq 1$ のときを提案手法として扱う .

3.2 AS 間接続関係の推定

前項で定義した AS 規模から AS 間接続関係を推定する手法について説明する . まず, AS v_i から AS v_j への AS 間リンク e_{ij} における AS 規模の比を AS 規模距離 (magnitude distance) ${}^n\delta_{e_{ij}}$ と定義する . AS 規模距離 ${}^n\delta_{e_{ij}}$ は式 (5) と定義する .

$$\begin{aligned} {}^n\delta_{e_{ij}} &:= \log_{10} {}^n\rho_{v_i} - \log_{10} {}^n\rho_{v_j} & (5) \\ \text{s.t. } e_{ij} &= (v_i, v_j), \quad v_i, v_j \in V \end{aligned}$$

ピアリングは同規模の AS 間の接続関係であり, 一方, トランジットは小規模な AS が大規模な AS からインターネットの接続を購入する接続関係であるため, AS 規模距離の絶対値 $|{}^n\delta|$ が小さければピアリング (p2p) であり, 大きければトランジットであると推定できる . また, トランジットにおいては, 規模の大きい AS がプロバイダ AS であるため, ${}^n\delta$ が正数であればプロバイダからカスタマへのトランジットリンク (p2c) であり, ${}^n\delta$ が負数であればカスタマからプロバイダへのトランジットリンク (c2p) であると推定できる . すなわち, 式 (6) のように閾値 n_τ を与えることで, AS 規模距離 ${}^n\delta$ から AS 間接続関係を推定することができる .

$$\begin{cases} {}^n\delta > n_\tau & \longrightarrow \text{p2c} \\ {}^n\delta < -n_\tau & \longrightarrow \text{c2p} \\ -n_\tau \leq {}^n\delta \leq n_\tau & \longrightarrow \text{p2p} \\ \text{s.t. } n_\tau \geq 0 \quad (n_\tau: \text{閾値}) \end{cases} \quad (6)$$

4 AS 間接続関係の推定手法の性能評価

本節では, 第 3 節で提案した AS 間接続関係の推定手法の性能評価を行う . 本論文では, まず, トポロジージェネレータ *Inet-3.0* [30] により生成したトポロジージェネレータを正解データセットとして用い, AS 間接続関係の推定精度について従来手法との比較評価を行う . 次に, 実インターネット上の 9 地点で計測された経路情報 [23] [27] を用いて, 提案手法が AS 規模の定量化に用いた全域部分グラフに含まれなかった AS 間リ

ンクに対しても AS 間接続関係を推定できることを示し, 従来の経路解析に基づく手法に対する提案手法の優位性を示す . 最後に, 実インターネット上で計測した経路情報から従来の発見的な AS 間接続関係の推定手法 [6] [7] により推定された AS 間接続関係データセット [4] を正解データセットとして用いた交差検定を行うことで, 提案手法における AS 規模の再帰計算が実インターネットトポロジーに対しても有効であることを示す .

4.1 トポロジージェネレータを用いた評価

本論文では AS レベルのトポロジージェネレータとして *Inet-3.0* [30] を用いる . *Inet-3.0* は, 実インターネット上での計測から構築したべき乗則に基づくモデルに従い, AS を頂点, AS 間リンクを辺とした連結無向グラフを生成する . AS レベルのトポロジージェネレータは, 他に *BRITTE* [17] や *Orbis* [16] があるが, これらのトポロジージェネレータの生成するトポロジージェネレータの生成するトポロジージェネレータは AS 間接続関係を定義しておらず, さらに生成されたトポロジージェネレータが階層構造を保持していないため, AS 間接続関係を定義できず, AS 間接続関係の推定精度の評価に適さない . *Inet-3.0* の生成するトポロジージェネレータも AS 間接続関係を定義していないが, *Inet-3.0* は階層的なトポロジージェネレータを生成するため, その階層構造から AS 間接続関係を定義することができる .

表 1 に示したパラメータを用い, AS 数を 5000 から 35000 まで 100 刻みで変化させ, 301 個の評価トポロジージェネレータを生成した . なお, AS 数以外のパラメータは *Inet-3.0* デフォルトのものを用いている . これらの生成されたトポロジージェネレータの AS 間リンクには AS 間接続関係が定義されていないため, トポロジージェネレータの階層構造から各リンクに対して AS 間接続関係を定義する . まず, これらのトポロジージェネレータで次数を最大とする

表 1 *Inet-3.0* のトポロジージェネレータ生成パラメータ

| パラメータ名 | 値 |
|-----------------|--------------------------|
| AS 数 | {5000, 5100, ..., 35000} |
| 次数 1 である AS の割合 | 0.3 |
| AS 配置面の大きさ | 10000 |
| ランダムシード | 0 |

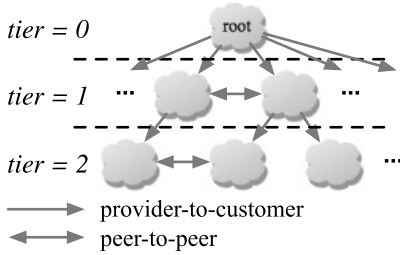


図1 *Inet-3.0*の生成するトポロジーに対するAS間接続関係の定義: 次数を最大とするASを根とした全域木に対して定義したtierからAS間接続関係を定義する.

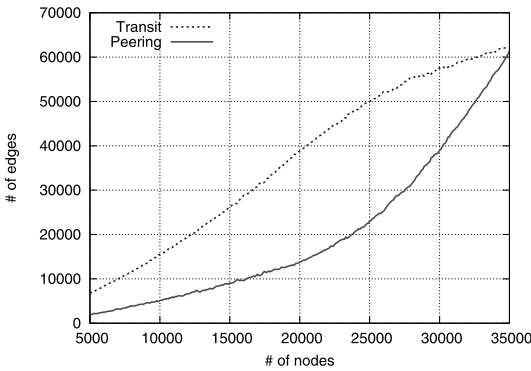


図2 *Inet-3.0*により生成したトポロジーに含まれるトランジットおよびピアリングリンク数

ASを根とした全域木を計算する. この全域木の根からAS i までのホップ数を $tier_i$ と定義する. 次に, 隣接する2つのAS, AS i -AS j 間のtierの差 $\Delta tier_{i,j}$ を式(7)により定義する.

$$\Delta tier_{i,j} = tier_j - tier_i \quad (7)$$

*Inet-3.0*は $\Delta tier$ を $-1, 0, 1$ のいずれかとするような階層的なトポロジーを生成するため, このトポロジーの階層構造から各AS間リンクのAS間接続関係を式(8)により定める(図1).

$$\Delta tier_{i,j} = \begin{cases} 1 & \rightarrow p2c \\ & \text{(AS } i: \text{ プロバイダ, AS } j: \text{ カスタマ)} \\ 0 & \rightarrow p2p \\ -1 & \rightarrow c2p \\ & \text{(AS } i: \text{ カスタマ, AS } j: \text{ プロバイダ)} \end{cases} \quad (8)$$

このようにして *Inet-3.0* により生成されたトポロジーの各AS間リンクにAS間接続関係を定義し評価

用データセットを構築した. 図2に生成したトポロジーのAS数とトランジットおよびピアリングリンク数の関係を示す. ピアリングはその経路交換ポリシーの特性上, 観測されにくい[24]ため, 実インターネット上での計測に基づくAS間接続関係の推定データ[4]と比較してピアリングリンク数が多くなっている. 本項ではこのデータセットを用いて, 以下の2点について提案手法の評価を行う.

1. 提案手法により定量化したAS規模を従来手法[6][7][9]でASの大きさを表す指標として使われてきた次数とAS間接続関係の推定精度の点から比較し, 提案手法のAS規模距離によりAS間接続関係をより良く表せることを示す.
2. 生成したトポロジーに対してAS間の典型的な経路交換ポリシーを表すValley-free規則[8]および一般的な経路選択ポリシー[29]に従う経路を計算し, これらの経路情報を元に, AS間接続関係の推定に用いる経路を計測するASの数を変化させたときの推定精度の評価を行う. この評価により, 従来の発見的な経路解析に基づく手法[9]およびValley-free規則に従うASパスの数を最大とするようにAS間接続関係を推定する手法[3][5]と比較して, 提案手法により少数の計測点で取得した経路情報からAS間接続関係, 特にピアリングの推定を高精度に行えることを示す.

4.1.1 次数とAS規模の比較評価

第3節で説明した通り, $n = 0$ のとき, AS規模 ${}^n \rho_i$ はAS i の次数 (隣接AS数) の定数倍となる. すなわち, $n = 0$ のとき, AS規模距離 ${}^n \delta$ は次数の比を表す. 次数の比はGao[9]のAS間接続関係の推定手法でピアリングの推定に用いられている. ここでは, 次数の比 (${}^0 \delta$) を従来手法として, 提案手法におけるAS規模の再帰計算 ($n \geq 1$) によりAS規模距離 ${}^n \delta$ がAS間接続関係をより良く表すことを示す. このことを示すため, 生成したトポロジーのASグラフから, $n = \{0, 1, \dots, 7\}$ についてAS規模およびAS規模距離を計算し, 式(6)の閾値 ${}^n \tau$ を変化させ, AS間接続関係の推定精度を評価する.

AS間接続関係の推定精度を数値的に評価するために, Receiver Operating Characteristic (ROC) 解析

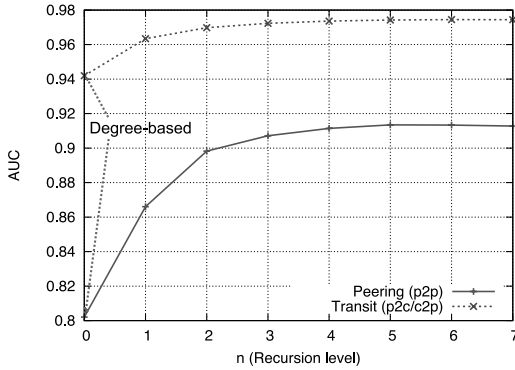


図3 AS 規模の再帰計算回数 n とトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定時の AUC (AS 数: 30000)

における ROC 曲線下面積 (AUC: Area Under the Curve) を用いる。ROC 曲線は、閾値 n_τ を変化させた際の誤検知率 (False positive rate) を x 軸、検知率 (True positive rate) を y 軸に描画した曲線である。ROC 曲線上の点と直線 $y = x$ の距離は、各点に対応する閾値 n_τ における推定精度を表しており、この距離の積分値に定数 (直線 $y = x$ 下の面積: $\int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$) を加えた値である AUC は閾値 n_τ に依らない推定精度を表す。また、ROC 解析においては、一般に、この距離を最大とする点に対応する閾値 n_τ が最適な閾値として用いられている。

図3に AS 数 30000 のトポロジーにおける AS 規模の再帰計算回数 n とトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定時の AUC の関係を示す。これより、 $n \geq 1$ のときの AS 規模距離は次数の比 ($n = 0$ のときの AS 規模距離) よりも高精度に AS 間接続関係を推定できることがわかる。図3において、トランジットおよびピアリング推定時の AUC はそれぞれ、 $n = 0$ のとき 0.942, 0.802, $n = 3$ のとき 0.972, 0.907 であり、AS 規模の再帰計算により、ピアリングの推定精度が大きく向上していることがわかる。図3から、AUC を極大にする再帰計算回数は、トランジット推定については $n = 6$ 、ピアリング推定については $n = 5$ であるが、実用上は $n \leq 3$ で問題ないため、以降 $n \leq 3$ を評価対象とする。なお、再帰計算回数 n については第5節で議論する。

この結果が AS 数に依らないことを示すために、AS

数を $\{5000, 5100, \dots, 35000\}$ の 301 個のトポロジーに対しても同様に評価した。図4に、 $n = \{0, 1, 2, 3\}$ に対する、AS 数とトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定時の AUC の関係を示す。図4より、AS 数に依らず、 $n \geq 1$ のときの AS 規模距離が次数の比 ($n = 0$ のときの AS 規模距離) よりも高精度に AS 間接続関係を推定できることがわかる。また、AS 数 30000 のときと同様に、特にピアリングの推定精度を大きく向上していることがわかる。これらの結果より、 $n \geq 1$ のときの AS 規模は次数よりも良く AS の大きさを表現していることが言える。

4.1.2 経路解析に基づく推定手法との比較評価

次に、発見的な経路解析に基づく AS 間接続関係の推定手法 [9] (以下、GAO と呼ぶ) および Valley-free 規則に従う AS パスの数を最大とするように AS 間接続関係を推定する手法 [3] [5] (以下、DPP と呼ぶ) と提案手法の比較評価を行う。なお、GAO では文献 [9] で推奨されているパラメータ $L = 1$ および $R = 60$ を用いる。また、DPP ではトランジットの推定後に Valley-free 規則に従わない経路を増加させないようにピアリングの推定を行うアルゴリズムを選択した。GAO, DPP では AS 間接続関係の推定に AS パスが必要であるので、まず、生成したトポロジーおよび AS 間接続関係から Valley-free 規則に従う経路を計算した。なお、パスベクタ型の経路計算の最悪計算量は $O((\|V\| - 1)!)^2$ であると言われており [15]、非常に大きいため、ここでは AS 数 $\{5000, 10000, 15000, 20000, 25000, 30000, 35000\}$ のトポロジーのみを経路計算の対象とし評価に用いる。

GAO, DPP は閾値を持たないため ROC 解析が適用できない。そこで、推定性能の評価に広く用いられている F-measure を用い、従来手法および提案手法の AS 間接続関係の推定精度を数値的に評価する。F-measure は適合率 (Precision) と再現率 (Recall) から

$$F\text{-measure} := 2 \times \frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}$$

と定義される。ここで、False positive を FP 、False negative を FN 、True positive を TP としたとき、

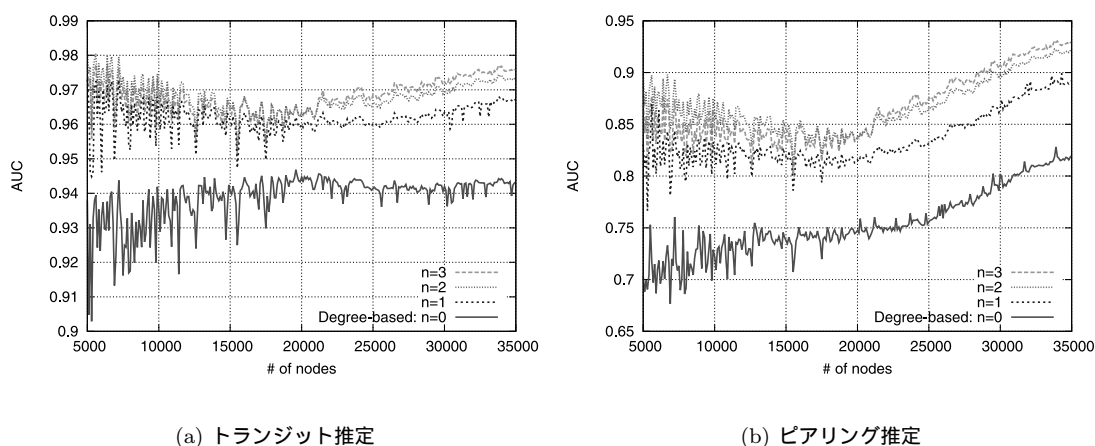


図 4 生成したトポロジーの AS 数とトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定時の AUC の関係 (AS 数: {5000, 5100, ..., 35000})

Precision および Recall はそれぞれ,

$$Precision := \frac{TP}{TP + FP}$$

$$Recall := \frac{TP}{TP + FN}$$

と定義される。なお、提案手法の F-measure については、ROC 解析における最適閾値のときの値を採用する。ROC 解析における最適閾値とは、前述の通り、ROC 曲線上の点と直線 $y = x$ の距離が最大となる点に対応する閾値 n_τ である。

まず、AS 数 5000 のトポロジーを用いて、GAO および DPP と提案手法の比較評価を行う。ここで、実インターネットを想定した場合、AS パスを計測・取得できる地点は限られていることを考える。ここでは、AS パスを経路表から計測・取得する AS の数を 10, 100, 1000 地点と変化させ、計測した AS パスから GAO, DPP および提案手法により AS 間接続関係を推定し、F-measure を比較することで推定精度を評価する。図 5 に計測点の数を 10, 100, 1000 と変化させたときの GAO, DPP および提案手法 ($n = 3$) のトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定における F-measure を示す。この図において、折れ線は計測点を次数の大きい順に選択したときの値であり、エラーバーは計測点をランダムで 10 通り選択したときの最小・平均・最大値を表している。なお、

次数の大きい順に計測点を選択したときを評価対象とした理由は、次数分布がべき乗則に従うトポロジーでランダムに計測点を選択した場合に選択される確率が低くなってしまふ次数の大きい AS を計測点とした場合を評価するためである。図 5 より、GAO および DPP のピアリングの推定精度は計測点の数および計測点の選択に大きく依存しており、計測点の数が少ない場合は推定精度が低いことがわかる。一方、提案手法は計測点の数および計測点の選択方法に大きく依らず一定の推定精度を得ることができていることがわかる。ここで、計測点の数が 100 のときに着目すると、提案手法 ($n = 3$) は GAO と比較して、トランジットの推定においてほぼ同程度 (約 1.0 倍)、ピアリング推定において 1.5 倍の高い推定精度を得られたことがわかる。また、DPP と比較して、トランジットの推定において 1.1 倍以上、ピアリング推定において 1.4 倍以上の高い推定精度を得られたことがわかる。これより、提案手法は AS パスの計測点の数が少なくても高精度に AS 間接続関係を推定できることが示された。特に、ピアリングの推定精度を大きく向上できた。

次に、AS 数が 5000 以外のトポロジーを用いて GAO および DPP と提案手法の比較評価を行う。DPP のピアリング推定は NP 完全問題であり [3]、入力経路数が増加すると計算量が爆発的に増大するため、ここでは計測点の数を 10 として評価を行う。図

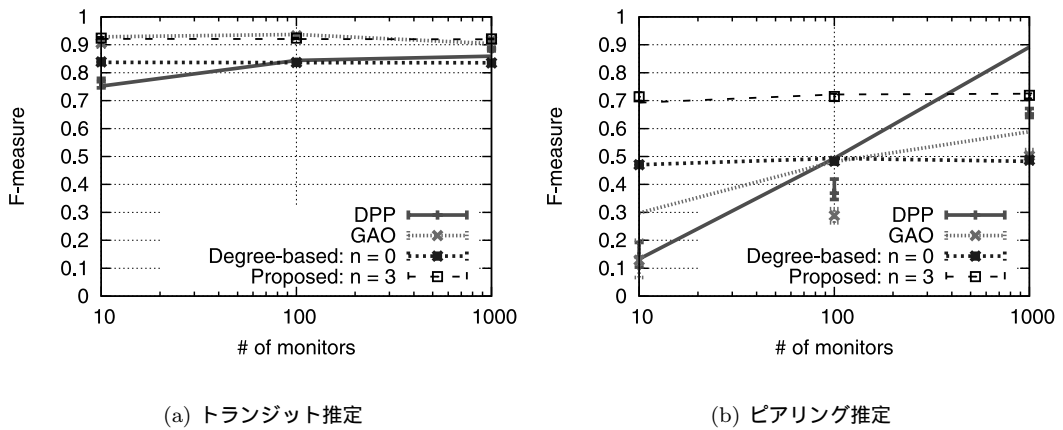


図5 経路計測点の数を变化させたときのトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定時の F-measure (AS 数: 5000). 折れ線は計測点を次数の上位から選択したときの値, エラーバーは計測点をランダムで 10 通り選択したときの最小・平均・最大値を表している.

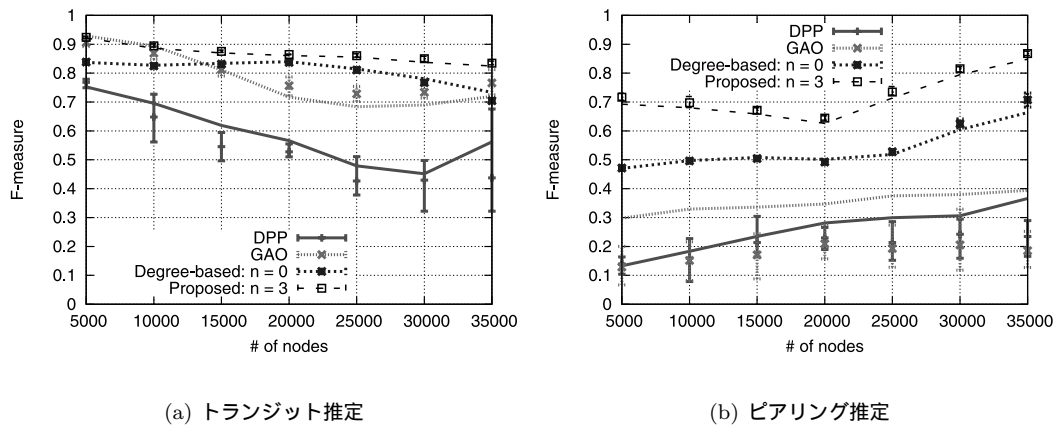


図6 計測点の数が 10 のときのトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定時の F-measure. 折れ線は計測点を次数の上位から選択したときの値, エラーバーは計測点をランダムで 5 通り選択したときの最小・平均・最大値を表している.

6 に計測点の数が 10 のときの DPP および提案手法 ($n=3$) のトランジット (p2c/c2p) およびピアリング (p2p) 推定における F-measure を示す. この図において, 折れ線は計測点を次数の大きい順に選択したときの値であり, エラーバーは計測点をランダムで 5 通り選択したときの最小・平均・最大値を表している. 図 6 は, AS 数が 5000 のときと同様に, どの AS 数のトポロジーに対しても, 提案手法により GAO および DPP と比較して高精度に AS 間接続関係を推定できたことを示している. 特に, GAO および DPP と

比較して, 提案手法はピアリングを高精度に推定できることがわかる.

以上の評価より, 提案手法は AS 間接続関係の推定に用いる経路情報を計測・取得する AS の数が少なくても高精度に AS 間接続関係を推定できることが示された. また, 提案手法は GAO および DPP と比較してピアリングの推定精度を大きく向上できることが示された.

表 2 各計測地点のデータセットに含まれる AS 経路数およびユニーク AS 数, ユニークリンク数 (RIB データセット)

| 計測地点 | 略記法 | データ元 | 経路数 | AS 数 | リンク数 |
|-------------------------------|--------|------------|---------|-------|-------|
| a) Oregon IX | oregon | RouteViews | 1641141 | 32262 | 69246 |
| b) Equinix Ashburn | eqix | RouteViews | 257130 | 32065 | 57726 |
| c) ISC (PAIX) | isc | RouteViews | 433108 | 32145 | 60641 |
| d) LINX | linx | RouteViews | 782554 | 32159 | 65774 |
| e) DIXIE (WIDE) | wide | RouteViews | 208147 | 32099 | 51328 |
| f) RIPE NCC, Amsterdam | rrc00 | RIPE NCC | 641127 | 32275 | 64151 |
| g) Otemachi, Japan (JPIX) | rrc06 | RIPE NCC | 96924 | 32032 | 45040 |
| h) Stockholm, Sweden (NETNOD) | rrc07 | RIPE NCC | 242386 | 32104 | 56563 |
| i) Milan, Italy (MIX) | rrc10 | RIPE NCC | 242168 | 32090 | 56241 |

4.2 実インターネットトポロジーによる評価

第 4.1 項ではトポロジージェネレータにより生成したトポロジーとその階層構造から定義した AS 間接続関係を正解データセットとして, 提案手法の性能評価を行った. 本項では, 提案手法により推定した AS 間接続関係が実インターネット上でのトラフィック最適化 [2] などに応用できることを示すため, 実インターネット上で計測された経路情報を用い, AS 規模の定量化に用いた経路情報に含まれなかった AS 間リンクに対しても AS 間接続関係が推定可能であることを示す.

本項では, RouteViews [27] RIPE NCC [23] で公開されているインターネット上の BGP ルータで取得した経路情報のうち表 2 に示す 9 地点の 2009 年 8 月 1 日から 2009 年 8 月 5 日の 5 日間の経路情報を各地点ごとで結合したデータセットを用いる. 表 2 に計測地点およびデータ元, 各データセットに含まれる AS 経路数およびユニーク AS 数, ユニーク AS 間リンク数^{†4}を示す.

実インターネット上のトポロジーでは AS 間接続関係の正解データセットを定義できないため, これらの 9 個のデータセットを用い, ある地点のデータセット (推定用データセット) から各手法で AS 間接続関係を推定し (提案手法では AS 規模を計算し), 他の地点のデータセット (評価用データセット) の AS パスに推定した AS 間接続関係を適用して Valley-free 規

則に従う経路の割合を比較することで, 推定用データセットに含まれなかった AS 間リンクに対する AS 間接続関係の推定精度を評価する. すなわち, 本評価では, 推定された AS 間接続関係を AS パスに適用し, 1) Valley-free 規則に従う経路, 2) Valley-free 規則に従わない経路, 3) AS 間接続関係が推定できない AS 間リンクを含む経路の 3 つに分類し, Valley-free 規則に従う経路の割合を比較する. トラフィック最適化 [2] への応用を考えると, Valley-free 規則に従うことは経路のコストを推定できていることを表している一方, Valley-free 規則に従わないことや AS 間接続関係が推定できない AS 間リンクを含むことは経路のコストを適切に推定できていないことを表している. 本評価では Valley-free 規則に従う経路数が多いほど AS 間接続関係を高精度に推定できたと考えることができる.

本評価を行うため, まず 9 個の各データセットを用いて, DPP により AS 間接続関係を推定し, 次数 ($n = 0$ のときの AS 規模) および $n = 3$ のときの AS 規模を計算した. なお, 次数の比を用いた推定 (以下 DEG と呼ぶ) および $n = 3$ のときの AS 規模距離を用いた推定 (以下 MAG3 と呼ぶ) は, 計算した次数や AS 規模から推定用データセットに含まれない AS 間リンクに対しても適用可能であるため, これらの推定手法は評価用データセットの AS 間リンクに対して適用する. なお, 本評価においては, トランジットの向き (プロバイダ・カスタマの関係) が重要となる Valley-free 規則に従うかを評価するため, 全ての AS 間リンクをトランジットとして扱う. つまり, DPP

^{†4} AS 間リンク数は IP アドレスレベルのリンク数ではなく, AS 番号レベルでのリンク数, すなわち AS グラフ上での辺の数を意味する.

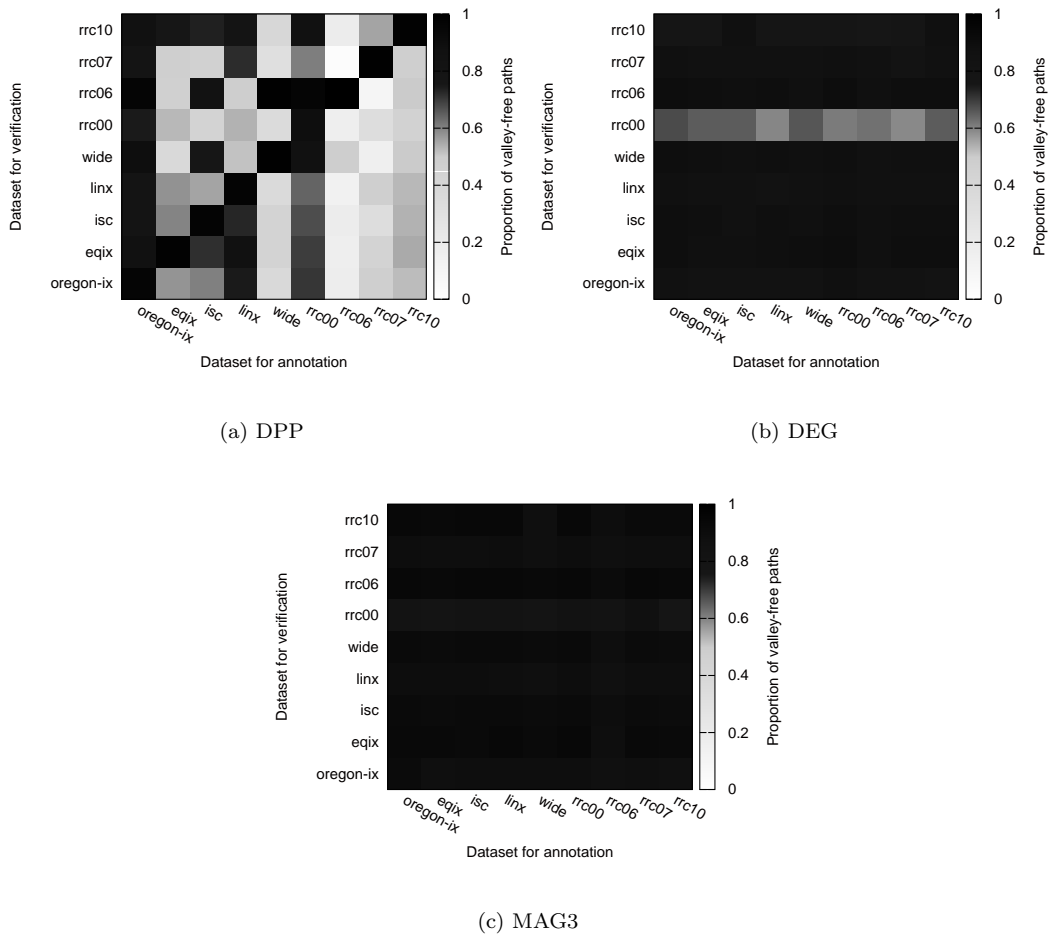


図 7 9 地点の経路情報データセットに対する Valley-free 適用評価結果

においてはトランジットの向きの推定後に行うピアリングの数を最大とする推定手続きを省略し、DEG および MAG3 においては閾値 $\tau = 0$ を用いる。

図 7 に 9 地点の経路データセットに対する Valley-free 適用評価の結果を示す。横軸に推定用データセット、縦軸に評価用データセットをとり、Valley-free 規則に従う経路の割合を明度で表し、 9×9 の格子状に描画した。この図から、経路解析に基づく推定手法である DPP は、推定用データセットと評価用データセットが同一である場合は Valley-free 規則に従う経路の割合が多くなっている^{†5}が、評価用データセット

に推定用データセットと異なる地点のデータセットを用いた場合は、Valley-free 規則に従う経路の割合が少なくなっていることがわかる。一方、MAG3 では、全体的に Valley-free 規則に従う経路の割合が大きくなっており、1 地点の計測データから推定した AS 規模から推定用データセットに含まれなかった AS 間リンクに対しても高精度に AS 間接続関係を推定できることが示された。また、DEG を用いて AS 間接続関係を推定した場合も、推定用データセットに含まれなかった AS 間リンクに対して AS 間接続関係を推定できていることがわかる (図 7(b)) が、MAG3 と比較

^{†5} DPP は推定用データセット中の Valley-free 規則に従う経路数を最大とするように推定しているためこの

値が最大値である。

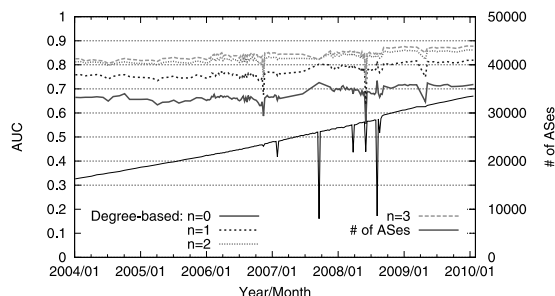


図 8 CAIDA データセットを正解データセットとしたときの AS 規模の再帰計算回数とピアリング推定時の AUC

すると、明度から Valley-free 規則に従う経路の割合が少ないことがわかる。これより、MAG3 により推定用データセットに含まれなかった AS 間リンク対して、より高精度に AS 間接続関係を推定できることが示された。

4.3 実インターネットトポロジーに対する

AS 規模の再帰計算の評価

本項では実インターネット上で計測した経路情報から従来の発見的な AS 間接続関係の推定手法 [6][7] により推定された AS 間接続関係データセット (CAIDA データセット) [4] を正解データセットとして用いた交差検定を行うことで、提案手法における AS 規模の再帰計算が実インターネットトポロジーに対しても有効であることを示す。

図 8 に CAIDA データセットを正解データセットとしたときの AS 規模の再帰計算回数とピアリング推定時の AUC を示す。これより、2004 年 1 月 5 日から 2010 年 1 月 20 日までの全てのデータに対して、提案手法における AS 規模の再帰計算 ($1 \leq n \leq 3$) がピアリングの推定精度を向上していることがわかる。CAIDA データセットで定義される AS 間接続関係も AS パスの解析により推定したものであり、推定誤りが含まれる可能性があるため、この結果からの推定精度の定量的な評価は困難であるが、トポロジージェネレータにより生成したトポロジーによる評価結果 (図 4(b)) の傾向と一致しているため、提案手法が実インターネットトポロジーに適用可能であることが定性的に分かる。

5 考察

AS 間のトラフィック流量仮定と AS 規模：次数 (隣接 AS 数) は従来から AS の規模を表す指標として用いられてきた [9][11][20]。一方、本論文で用いた AS 間のトラフィック流量仮定に基づき計算した AS 規模 n_ρ は、 $n = 0$ のとき次数の定数倍となる。すなわち、 $n = 0$ のときのトラフィック流量仮定は従来研究の AS の規模と一致している。一方、 $n = 0$ のときのトラフィック流量仮定はランダムウォークモデルに等しく、本論文で採用したトラフィックの流量仮定ではこのランダムウォークモデルにおける遷移確率を隣接 AS の規模で重み付けをしたものである。この重み付けは、規模の大きな AS により多くのトラフィックが流れることを意味しており、このことは AS 規模が扱うトラフィック量から定義されることから妥当な仮定であると考えられる。本論文では、重み付け関数として単純に流出トラフィック量が隣接 AS の規模に比例すると仮定して、AS 間接続関係の推定に応用し高い推定精度を達成したが、重み付け関数については改善の余地があると考えられる。

再帰計算回数 n : CAIDA [4] の AS 間接続関係の推定結果を正解データセットとして $n = \{0, 1, 2, 3\}$ について ROC 解析を行った我々の予備実験 [1] では、トランジットの推定においては $n = 1$ 、ピアリングの推定においては $n = 3$ が最適値 (AUC を極大とする n) であった。一方、本論文のトポロジージェネレータにより生成したトポロジーでは、どのトポロジーについても $n \geq 2$ に最適な再帰計算回数 n を持っており、図 4 に示したようにトポロジーごとに AUC を極大とする再帰計算回数 n が異なる。しかし、本論文の評価結果を通じて、再帰計算回数として $n = 3$ を用いて高い性能を得ることができており、実用上は $n = 3$ を用いても問題がないことが示された。

AS 間接続関係推定における閾値 n_τ : 本論文では、AS 規模距離 n_δ から AS 間接続関係を推定する際の閾値 n_τ については、ROC 解析の結果から最適値を求めた。しかし、実際には正しい AS 間接続関係は公開されておらず、ROC 解析から閾値の最適値を求めることができない。推定した AS 間接続関係をトラ

フィック最適化における経路のコスト計算[2]などに用いる場合は, AS 規模距離 n_δ を直接用いることができるが, 経路ハイジャックの検出[32]などへの応用の際には閾値を設定し, AS 間接続関係を推定する必要がある. トポロジーによって AS 規模距離 n_δ の確率密度分布が異なっており, n_τ の最適値を定めることは困難であるが, 我々の予備実験[1]で用いた階級化 AS 規模距離 (Ranked magnitude distance) のように AS 規模距離を正規化することで閾値を経験的に定めることができると考える. 最適閾値の発見については今後の課題とする.

6 むすび

本論文では, 従来の AS 間接続関係の推定手法で用いられてきた経路情報を解析するのではなく, AS の隣接情報を表す全域部分グラフから定量化した AS 規模の比に基づく AS 間接続関係の推定手法を提案し, その性能を評価した. トポロジージェネレータにより生成したトポロジーを評価に用い, 提案手法により少数の計測点で取得した経路情報から AS 間接続関係, 特にピアリングを高精度に推定できることを示した. また, 従来手法では推定に用いる経路情報に含まれない AS 間リンクに対しては AS 間接続関係を推定できなかったが, 本提案手法では AS 間接続関係の推定に経路情報ではなく AS 規模を用いることで, AS 規模の定量化に用いた全域部分グラフに含まれなかった AS 間リンクに対しても AS 間接続関係が推定可能となることを 9 地点で計測された実インターネットの経路情報を用い, Valley-free 規則に従う経路の割合を比較することで示した. また, 実インターネット上で計測した経路情報から推定した CAIDA による AS 間接続関係データセット (CAIDA データセット) との交差検定により, 提案手法が実インターネットトポロジーに適用可能であることを示した.

謝辞 本論文の執筆にあたってコメントを頂きました国立情報学研究所福田健介氏に感謝します.

参考文献

- [1] Asai, H. and Esaki, H.: Estimating AS Relationships for Application-Layer Traffic Optimization, in *3rd Workshop on Economic Traffic Management*, 2010, pp. 51–63.
- [2] Asai, H. and Esaki, H.: Towards Interdomain Transit Traffic Reduction in Peer-assisted Content Delivery Networks, in *14th International Telecommunications Network Strategy and Planning Symposium*, 2010, pp. 95–100.
- [3] Battista, G. D., Erlebach, T., Hall, A., Patrignani, M., Pizzonia, M. and Schank, T.: Computing the types of the relationships between autonomous systems, *IEEE/ACM Trans. Netw.*, Vol. 15, No. 2(2007), pp. 267–280.
- [4] Cooperative Association for Internet Data Analysis: The CAIDA AS Relationships Dataset, <http://www.caida.org/data/active/as-relationships/>.
- [5] Di Battista, G., Patrignani, M. and Pizzonia, M.: Computing the types of the relationships between autonomous systems, in *INFOCOM 2003. Twenty-Second Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications. IEEE Societies*, Vol. 1, 2003, pp. 156–165.
- [6] Dimitropoulos, X., Krioukov, D., Fomenkov, M., Huffaker, B., Hyun, Y., kc claffy, and Riley, G.: AS relationships: inference and validation, *SIGCOMM Comput. Commun. Rev.*, Vol. 37, No. 1(2007), pp. 29–40.
- [7] Dimitropoulos, X., Krioukov, D., Huffaker, B., kc claffy, and Riley, G.: Inferring AS Relationships: Dead End or Lively Beginning?, *Experimental and Efficient Algorithms*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3503/2005, Springer Berlin / Heidelberg, 2005, pp. 113–125.
- [8] Erlebach, T., Hall, A., Panconesi, A., and Vukadinovi, D.: Cuts and Disjoint Paths in the Valley-Free Path Model of Internet BGP Routing, *Combinatorial and Algorithmic Aspects of Networking*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3405/2005, Springer Berlin / Heidelberg, 2005, pp. 49–62.
- [9] Gao, L.: On inferring autonomous system relationships in the Internet, *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, Vol. 9, No. 6(2001), pp. 733–745.
- [10] Gentle, J. E.: *Matrix Algebra*, Springer Texts in Statistics, Springer New York, 2007.
- [11] Govindan, R. and Reddy, A.: An analysis of Internet inter-domain topology and route stability, in *INFOCOM '97. Sixteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Proceedings IEEE*, Vol. 2, 1997, pp. 850–857.
- [12] Griffin, T. and Huston, G.: BGP Wedgies, RFC 4264 (Informational), 2005.
- [13] Hawkinson, J. and Bates, T.: Guidelines for creation, selection, and registration of an Autonomous System (AS), RFC 1930 (Best Current Practice), 1996.

- [14] Huang, C., Li, J. and Ross, K. W.: Can internet video-on-demand be profitable?, in *SIGCOMM '07: Proceedings of the 2007 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communications*, New York, NY, USA, ACM, 2007, pp. 133–144.
- [15] Labovitz, C., Ahuja, A., Bose, A. and Jahanian, F.: Delayed Internet routing convergence, in *Proceedings of the conference on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communication*, SIGCOMM '00, New York, NY, USA, ACM, 2000, pp. 175–187.
- [16] Mahadevan, P., Hubble, C., Krioukov, D., Hufaker, B. and Vahdat, A.: Orbis: rescaling degree correlations to generate annotated internet topologies, *SIGCOMM Comput. Commun. Rev.*, Vol. 37, No. 4(2007), pp. 325–336.
- [17] Medina, A., Lakhina, A., Matta, I. and Byers, J.: BRITE: an approach to universal topology generation, in *Modeling, Analysis and Simulation of Computer and Telecommunication Systems, 2001. Proceedings. Ninth International Symposium on*, 2001, pp. 346–353.
- [18] Merit Network, Inc.: Internet Routing Registry, <http://www.irr.net/>.
- [19] Mühlbauer, W., Feldmann, A., Maennel, O., Roughan, M. and Uhlig, S.: Building an AS-topology model that captures route diversity, in *Proceedings of the 2006 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communications*, SIGCOMM '06, New York, NY, USA, ACM, 2006, pp. 195–206.
- [20] Nakao, A., Peterson, L. and Bavier, A.: A routing underlay for overlay networks, in *SIGCOMM '03: Proceedings of the 2003 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communications*, New York, NY, USA, ACM, 2003, pp. 11–18.
- [21] Norton, W.: Internet service providers and peering, in *Proceedings of NANOG*, Vol. 19, 2001, pp. 1–17.
- [22] Rekhter, Y., Li, T. and Hares, S.: A Border Gateway Protocol 4 (BGP-4), RFC 4271 (Draft Standard), 2006.
- [23] Réseaux IP Européens Network Coordination Centre: Routing Information Service (RIS), <http://www.ripe.net/projects/ris/>.
- [24] Roughan, M., Tuke, S. J. and Maennel, O.: Bigfoot, sasquatch, the yeti and other missing links: what we don't know about the AS graph, in *IMC '08: Proceedings of the 8th ACM SIGCOMM conference on Internet measurement*, New York, NY, USA, ACM, 2008, pp. 325–330.
- [25] Shakkottai, S. and Srikant, R.: Economics of network pricing with multiple ISPs, *IEEE/ACM Trans. Netw.*, Vol. 14, No. 6(2006), pp. 1233–1245.
- [26] Subramanian, L., Agarwal, S., Rexford, J. and Katz, R.: Characterizing the Internet hierarchy from multiple vantage points, in *INFOCOM 2002. Twenty-First Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Proceedings. IEEE*, Vol. 2, 2002, pp. 618–627.
- [27] University of Oregon: Route Views Project, <http://www.routeviews.org/>.
- [28] Varga, R. S.: *Matrix Properties and Concepts, Matrix Iterative Analysis*, Springer Series in Computational Mathematics, Vol. 27, Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 1–30.
- [29] Wang, F. and Gao, L.: On inferring and characterizing Internet routing policies, in *IMC '03: Proceedings of the 3rd ACM SIGCOMM conference on Internet measurement*, New York, NY, USA, ACM, 2003, pp. 15–26.
- [30] Winick, J. and Jamin, S.: Inet-3.0: Internet Topology Generator, Technical Report UM-CSE-TR-456-02, EECS, University of Michigan, 2002.
- [31] Xia, J. and Gao, L.: On the evaluation of AS relationship inferences [Internet reachability/traffic flow applications], in *Global Telecommunications Conference, 2004. GLOBECOM '04. IEEE*, Vol. 3, 2004, pp. 1373–1377.
- [32] Zhang, Z., Zhang, Y., Hu, Y. C., Mao, Z. M. and Bush, R.: iSpy: detecting IP prefix hijacking on my own, *SIGCOMM Comput. Commun. Rev.*, Vol. 38, No. 4(2008), pp. 327–338.

付録 A 確率遷移行列の固有ベクトルと次数

第 3.1 項で説明した AS 規模 n_ρ は $n = 0$ のとき隣接 AS 数 (次数) に比例する。つまり, AS 規模ベクトル n_ρ は次数ベクトルの定数倍となる。本付録では, AS 規模ベクトル n_ρ が次数ベクトルの定数倍となることを証明する。

$n = 0$ のとき, 式 (3) により定義される重み付き隣接行列 0W は, 重み付けを行わない隣接行列となる。本付録では, $A := {}^0W = (a_{ij})$ として説明する。また, 隣接行列から式 (4) により定義される確率行列 0T を確率遷移行列 P として扱う。つまり, 確率遷移行列 P を $P := {}^0T \left(\frac{a_{ij}}{\sum_k a_{ik}} \right)$ と定義する。インターネットにおける AS グラフまたはその全域部分グラフは強連結であるため, 隣接行列 A および確率遷移行列 P は既約な m 次正方形行列である [28]。

以下で, 確率遷移行列 P の最大固有値に対応する固有ベクトルが, 次数ベクトルであることを証明する。

Proof. 次数ベクトル d を $d := [d_1, \dots, d_m]$ と定義する。ここで, 強連結なグラフを用いているため, d は

正ベクトル ($d > 0$) である。まず、次数ベクトル d が確率遷移行列 P の最大固有値に対応する固有ベクトルであることを示す。

行列 P の固有方程式は、 x を左固有ベクトル、 λ を固有値として次のように与えられる。

$$xP = \lambda x \quad (9)$$

ここで、AS i の次数 d_i は、

$$d_i = \sum_k a_{ik} = \sum_k a_{ki} \quad (10)$$

となる。次数ベクトル d が確率遷移行列 P の左固有ベクトルになると仮定して、

$$x = cd \quad (c: \text{const.}, c \neq 0) \quad (11)$$

を式 (9) へ代入する。式 (9) の左辺 xP は、

$$\begin{aligned} xP &= cdP \\ &= c[d_1, \dots, d_m] \left(\frac{a_{ij}}{\sum_k a_{ik}} \right) \\ &= \left(\sum_k cd_k \frac{a_{ki}}{d_k} \right) \quad (\because \sum_k a_{ik} = d_i) \\ &= \left(c \sum_k a_{ki} \right) \\ &= c[d_1, \dots, d_m] \quad (\because \sum_k a_{ki} = d_i) \\ &= cd \end{aligned} \quad (12)$$

となる。一方、式 (9) の右辺 λx は、

$$\lambda x = \lambda cd \quad (13)$$

となる。

Perron-Frobenius 定理 [10] より、確率遷移行列 P には最大固有値を 1 とする固有ベクトルが存在する。つまり、確率遷移行列 P の最大固有値は 1 である。 $\lambda = 1$ のとき、式 (12)、式 (13) より、固有方程式 (式 (9)) を満足する。よって、次数の定数倍ベクトル cd

は確率遷移行列 P の最大固有値に対応する左固有ベクトルであることが示された。

次に、逆を示す。確率遷移行列 P は既約であるので、Perron-Frobenius 定理より、既約な非負行列の最大固有値は単純となるため、 $\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは唯一である。よって、次数の定数倍ベクトル cd が確率遷移行列 P の最大固有値に対応する唯一の固有ベクトルとなる。□



浅井 大史

2008 年東京大学工学部電子情報卒。
2010 年同大学大学院情報理工修士課程了。現在、同大学院情報理工博士課程在学中。主としてインターネットポロジおよびネットワークドメイン間における経済関係の解析、分散システムにおけるドメイン間トラフィックの最適化に関する研究に従事。



江崎 浩

1987 年九州大学大学院工学部電子工学科修士課程了。同年 (株) 東芝入社。1990 年米国ニュージャージー州ベルコア社。1994 年コロンビア大学客員研究員。1998 年東京大学大型計算機センター助教授。2001 年同大学大学院情報理工学系研究科助教授。2005 年同教授、現在に至る。工学博士 (東京大学)。MPLS-JAPAN 代表、IPv6 普及・高度化推進協議会専務理事、JPNIC 理事。